

# MIMO 系统中基于 ZF/MMSE 检测的 自适应功率分配方案

许 威, 赵春明, 史志华, 周 鹏

(东南大学移动通信国家重点实验室, 江苏南京 210096)

**摘 要:** 本文研究了 MIMO 系统中的功率分配技术. 针对基于 ZF/MMSE 检测的 MIMO 系统, 提出了一种简单的自适应功率分配方案. 该方案在不使用预编码技术对 MIMO 信道进行对角化的前提下, 遵循最小化系统 BER 的准则, 为发送数据流分配发射功率. 与采用 SVD 预编码的功率分配方案相比, 本文提出的方法减少了系统需要的反馈信息量. 仿真表明该方法能够有效地提高系统的 BER 性能, 而且基于 MMSE 检测的系统性能接近于采用 SVD 预编码的功率分配性能.

**关键词:** MIMO; 自适应功率分配; 最小均方误差检测; 最小化误码率

**中图分类号:** TN929.5      **文献标识码:** A      **文章编号:** 0372-2112 (2008) 10-1891-06

## Adaptive Power Allocation for ZF/ MMSE Detected MIMO Systems

XU Wei, ZHAO Chun ming, SHI Zhi hua, ZHOU Peng

(National Mobile Communications Research Laboratory, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China)

**Abstract:** This paper investigates the power allocation schemes for MIMO systems. An effective power allocation method for ZF/MMSE detected MIMO systems is then proposed. The method is designed to minimize the overall systems BER performance without pre diagonalizing the MIMO channels using precoding. Compared with conventional power allocation schemes using SVD, the proposed method reduces the required feedback information. Simulation results show that this method effectively improves the BER performance. Moreover, the performance of this new method is also close to that of conventional precoded MIMO systems.

**Key words:** multiple input and multiple output(MIMO); adaptive power allocation; minimum mean square error(MMSE) detection; minimum bit error rate(BER)

### 1 引言

MIMO(Multiple Input and Multiple Output, MIMO) 是一种能有效提高系统带宽效率, 实现高速传输的关键技术. 由信息论可知, MIMO 技术通过采用多个发送和接收天线, 利用空间资源提高系统容量<sup>[1]</sup>. 因此它已经成为未来移动通信系统中极具竞争力的物理层核心技术之一. 为了能进一步改善系统性能, MIMO 系统中通常采用自适应功率分配技术来克服无线信道的时变衰落, 从而充分利用信道状态信息(Channel State Information, CSI) 提高系统的功率效率.

在传统的单天线系统中, 功率分配技术通常可以直接根据信道信息来为数据流分配发射功率, 然而在 MIMO 系统中由于空时无线信道会造成不同天线的发送信号在接收端的混叠, 系统信道参数在此时已不能作为

系统功率分配方案设计的直接依据. 利用基于奇异值分解(Singular Value Decomposition, SVD) 的预编码技术为 MIMO 系统中的功率分配提供了一种有效的方法, 它将 MIMO 信道对角化为一组等效的并行单天线信道<sup>[2]</sup>, 这样就可以采用与单天线系统中类似的功率分配技术<sup>[3]</sup>. 文献[4~6] 研究了基于 SVD 预编码 MIMO 系统(SVD-MIMO) 中的功率分配方案. 其中, 文献[4] 在假设系统收发端完全已知 CSI 的前提下, 分别针对最优化系统误比特率(Bit Error Rate, BER) 和系统吞吐量两个准则提出了预编码和功率分配方案. 文献[5] 考虑了系统发送端不精确知道 CSI 的情况, 针对最小化系统 BER 性能准则设计了一种鲁棒的预编码功率分配方案. 由于直接采用系统 BER 性能作为目标函数来计算功率分配比较困难, 文献中通常采用 Chernoff 近似来简化计算<sup>[4,5]</sup>. 而文献[6] 为了获得更优的性能, 提出了采用 Lambert W 函数

来精确计算功率分配方案. 但是, 由于 Lambert  $W$  函数的自身特性, 该算法并不适用于所有情况, 特别是当系统信噪比较高时, 采用该方法计算有可能引起数据溢出. 同时, 由于预编码系统需要占用大量的系统资源来传输反馈信息, 因此, 最近人们开始研究在非预编码系统中设计有效的功率分配算法. 文献[7]和文献[8]分别采用 QR 分解和 SIC/OSIC (Serial Interference Cancellation/Ordered SIC) 检测接收技术将接收信号近似独立分开, 并据此分别提出了有效的功率分配方案. 然而这些方法实现比较复杂, 本文考虑一般的采用 ZF (Zero Forcing) 和 MMSE (Minimum Mean Square Error) 检测的 MIMO 系统, 在不需要将接收信号独立分开的前提下, 设计一种有效的功率分配方案.

本文首先介绍了自适应功率分配的 MIMO 系统结构, 并着重研究了基于 ZF/MMSE 检测的 MIMO 系统中接收信号的特性. 其次, 通过适当的简化和近似, 提出了一种基于最小化系统 BER 准则的自适应功率分配方案. 算法设计时采用了精确的 BER 表达式, 但是为了避免出现类似于文献[6]中的问题, 文中没有使用 Lambert  $W$  函数, 而是通过对计算公式进行修正后采用牛顿法求解; 同时, 本文算法中还给出了合适的初始迭代值来加快算法收敛. 最后, 仿真结果表明, 与基于 SVD-MIMO 系统中的自适应功率分配方案相比较, 文中提出的基于 ZF/MMSE 检测的 MIMO 自适应功率分配算法不但减少了系统的反馈信息量, 而且能够有效地提高系统性能.

文中  $(\cdot)^T$ 、 $(\cdot)^H$ 、 $(\cdot)^{-1}$  和  $(\cdot)^\dagger$  分别表示向量或矩阵的转置、共轭转置、逆和 Moore-Penrose 逆;  $\text{tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹;  $\text{diag}\{x_0, x_N\}$  表示以  $\{x_0, x_1, \dots, x_N\}$  为对角元素的对角阵;  $I_N$  表示  $N \times N$  阶单位矩阵;  $E\{\cdot\}$  表示均值.

## 2 系统模型

考虑具有  $N_T$  个发送天线、 $N_R$  个接收天线的 MIMO 系统, 设发送信号  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{N_T}]^T \in \mathbb{C}^{N_T \times 1}$ , 接收信号  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_{N_R}]^T \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$ , 则 MIMO 系统的传输模型可以表示为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1)$$

式中  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_R \times N_T}$  表示 MIMO 信道矩阵;  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N_R \times 1}$  表示均值为零、方差为  $\sigma^2$  的高斯白噪声向量; 发送信号  $\mathbf{x}$  的能量经过归一化为  $E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} = I_{N_T}$ . 若系统采用自适应功率分配技术, 在保证系统总发射功率  $P_T$  一定的前提下, 根据当前 CSI 为不同的发送数据流分配发射功率. 此时, 式(1)应修正为:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (2)$$

其中  $\mathbf{P} = \text{diag}\left\{\sqrt{p_1}, \dots, \sqrt{p_{N_T}}\right\}$  表示系统的功率分配矩阵, 且有  $\text{tr}(\mathbf{P}^2) = P_T$ . 当系统采用等功率分配时, 矩阵  $\mathbf{P}$  退

化为  $\sqrt{P_T/N_T} \cdot I_{N_T}$ .

在接收端, 系统对接收信号进行检测, 设检测矩阵为  $\mathbf{G}$ , 则接收信号表示为:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{G}\mathbf{H}\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{G}\mathbf{w} \quad (3)$$

从上式可以获得  $\hat{\mathbf{y}}$  中每个接收符号的信噪比 (Signal to Noise Ratio, SNR), 这里用  $\gamma_n$  ( $1 \leq n \leq N_T$ ) 来表示第  $n$  个符号的接收信噪比. 假设系统中采用  $M$ -QAM 调制方式, 根据文献[6]中给出的表达式, 其 BER 性能为:

$$BER_n = \alpha_M Q\left(\sqrt{\beta_M \gamma_n}\right) \quad (4)$$

式中  $\alpha_M = 4\left(1 - \frac{1}{\sqrt{M}}\right)$ ,  $\beta_M = 3/(M-1)$ , 函数  $Q(\cdot)$  为  $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$ .

如果考虑整个 MIMO 系统并假设  $N_T$  个发送数据流的 BER 性能是相互独立的, 此时, 由式(4)可以得到该 MIMO 系统的平均 BER 性能下界为<sup>[6,7]</sup>:

$$BER_{\text{MIMO}} = \frac{1}{N_T} \sum_{n=1}^{N_T} BER_n \quad (5)$$

因此, 为了最优化系统的 BER, 本文将在总发射功率一定的前提下, 设计合适的功率分配矩阵  $\mathbf{P}$ , 从而使式(5)的值最小. 结合式(4)和式(5), 下面给出该自适应功率分配问题的最优化数学模型:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}} \quad & BER_{\text{MIMO}} = \frac{\alpha_M}{\sqrt{2\pi} N_T} \sum_{n=1}^{N_T} \int_{\sqrt{\beta_M \gamma_n}}^\infty e^{-t^2/2} dt \\ \text{s. t.} \quad & \text{tr}(\mathbf{P}^2) = P_T \\ & p_n \geq 0, 1 \leq n \leq N_T \end{aligned} \quad (6)$$

## 3 自适应功率分配

关于自适应功率分配系统模型的分析从前一部分中可以了解到, 求解式(6)中数学模型的关键问题就在于根据式(3)求解出系统接收信号信噪比  $\gamma_n$  关于分配功率矩阵  $\mathbf{P}$  的关系表达式. 由于该表达式与 MIMO 系统的检测技术有关, 下文中将详细分析它们在 MMSE 检测算法下的具体形式, 并由此提出一种有效的功率分配算法来提高系统 BER 性能.

### 3.1 基于 MMSE 检测的 MIMO 系统

在 MIMO 系统中, 考虑一般检测矩阵的情况下, 系统接收符号的信噪比. 定义向量  $\mathbf{g}_n$  为矩阵  $\mathbf{G}^T$  的第  $n$  个列向量, 即有  $\mathbf{G}^T = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_{N_T}]$ . 根据式(3)可以将接收向量  $\hat{\mathbf{y}}$  中第  $n$  个信号  $\hat{y}_n$  表示为:

$$\hat{y}_n = \mathbf{g}_n^T \mathbf{h}_n \sqrt{p_n} x_n + \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{N_T} \mathbf{g}_n^T \mathbf{h}_k \sqrt{p_k} x_k + \mathbf{g}_n^T \mathbf{w}, 1 \leq n \leq N_T \quad (7)$$

上式中  $\mathbf{h}_n$  表示信道矩阵  $\mathbf{H}$  的第  $n$  个列向量. 此时, 该接收信号的信噪比为:

$$\gamma_n = \frac{E\left\{\left|\mathbf{g}_n^T \mathbf{h}_n \sqrt{p_n} x_n\right|^2\right\}}{E\left\{\left|\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{N_T} \mathbf{g}_n^T \mathbf{h}_k \sqrt{p_k} x_k + \mathbf{g}_n^T \mathbf{w}\right|^2\right\}}, 1 \leq n \leq N_T \quad (8)$$

首先考虑系统采用 ZF 检测方法, 即  $G = G_{ZF} = (HP)^{\dagger} = P^{-1}(H)^{\dagger}$ , 因此有  $g_n^T h_k = 1 \setminus \sqrt{p_n} \delta(n-k)$ , 其中  $\delta(\cdot)$  表示狄拉克函数. 根据式(8), 此时系统接收符号的信噪比可以简化为:

$$\gamma_n^{ZF} = p_n \frac{1}{\sigma^2 g_n^H g_n} \triangleq p_n \Delta_n^{ZF}, \quad 1 \leq n \leq N_T \quad (9)$$

上式中  $\Delta_n^{ZF}$  是一个独立于功率分配矩阵  $P$ , 而仅与信道矩阵  $H$  有关的值.

当系统采用 MMSE 检测方法时, 即  $G = G_{MMSE} = (P^H H^H HP + \sigma^2 I_{N_r})^{-1} P^H H^H$ . 显然, 直接将  $G_{MMSE}$  代入式(8), 然后根据式(6)中给出的数学模型求解最优功率分配方案比较困难. 为了简化计算, 考虑将功率分配矩阵从检测矩阵中分离出来, 即式(3)可以重新表示为:

$$\hat{y} = P^{-1} \tilde{G}_{MMSE} H P x + P^{-1} \tilde{G}_{MMSE} w \quad (10)$$

其中,  $\tilde{G}_{MMSE} = (H^H H + \sigma^2 I_{N_r})^{-1} H^H$ . 由于矩阵  $P$  为对角矩阵, 可知  $P^{-1} = \text{diag}\{1 \setminus \sqrt{p_1}; 1 \setminus \sqrt{p_N}\}$ . 根据式(10), 此时系统接收信号表示为:

$$\hat{y} = \tilde{g}_n^T h_n x_n + \frac{1}{\sqrt{p_n}} \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{N_T} \tilde{g}_n^T h_k \sqrt{p_k} x_k + \frac{1}{\sqrt{p_n}} \tilde{g}_n^T w, \quad 1 \leq n \leq N_T \quad (11)$$

式中  $\tilde{g}_n^T$  表示矩阵  $\tilde{G}_{MMSE}$  的第  $n$  个行向量. 考虑到发送信号  $x$  与噪声向量  $w$  相互独立, 并结合式(8)和式(11), 此时接收符号的信噪比为:

$$\gamma_n^{MMSE} = p_n \cdot \frac{|\tilde{g}_n^T h_n|^2 E\{|x_n|^2\}}{E\left\{\left|\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{N_T} \tilde{g}_n^T h_k \sqrt{p_k} x_k\right|^2\right\} + \sigma^2 \tilde{g}_n^H \tilde{g}_n}, \quad 1 \leq n \leq N_T \quad (12)$$

由发送信号能量  $E\{|x_n|^2\} = 1$ , 并根据三角不等式, 当各个发送天线上的数据流相互独立时, 式(12)可以简化为:

$$\gamma_n^{MMSE} = p_n \cdot \frac{|\tilde{g}_n^T h_n|^2}{\sum_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{N_T} p_k |\tilde{g}_n^T h_k|^2 + \sigma^2 \tilde{g}_n^H \tilde{g}_n}, \quad 1 \leq n \leq N_T \quad (13)$$

值得说明的是, 在采用复用技术的 MIMO 系统中, 为了获得成倍于天线数目的容量增益, 系统在不同天线上通常都是发送相互独立的信号. 因此该三角不等式在此系统中可以取得等号如式(13)所示. 同时, 为了简化后文中自适应功率分配算法的设计并获得与式(9)中类似的表示形式, 假设系统采用近似相等的功率分配方案, 从而对式(13)做进一步的近似化简:

$$\gamma_n^{MMSE} = p_n \cdot \frac{|\tilde{g}_n^T h_n|^2}{P_T / N_T \sum_{k=1, k \neq n}^{N_T} |\tilde{g}_n^T h_k|^2 + \sigma^2 \tilde{g}_n^H \tilde{g}_n} \triangleq p_n \cdot \Delta_n^{MMSE}, \quad 1 \leq n \leq N_T \quad (14)$$

其中,  $\Delta_n^{MMSE}$  也是一个独立于功率分配矩阵  $P$ , 而仅与信道矩阵有关  $H$  的值. 上式中的近似是基于假设经过 MMSE 检测后的接收信号中, 其中干扰项的能量相对于有效信号能量是较小的. 因此在干扰项中, 即式(14)的分母, 假设近似等功率的分配是合理而有效的. 文章最后的仿真结果也表明了这一点. 当然, 若系统处于极度恶劣的信道环境中, 这一近似则会带来一定的误差.

### 3.2 最小化 BER 的功率分配算法

本文主要是针对基于 ZF/MMSE 检测的 MIMO 系统, 在系统总发射功率受限的条件下, 通过设计一种有效的功率分配方案来改善系统的 BER 性能. 不失一般性, 假设系统采用 4QAM 固定调制方式, 即式(6)中有  $\alpha_M = 2$ ,  $\beta_M = 1$ . 由前面分析观察式(9)和式(14), ZF 和 MMSE 检测时系统接收信号信噪比具有相同的形式, 因此下面将用  $\Delta_n$  来统一表示不同检测算法下的值  $\Delta_n^{ZF}$  和  $\Delta_n^{MMSE}$ , 此时使用不同检测算法得到的接收信号信噪比可以统一的表示为:

$$\gamma_n = p_n \cdot \Delta_n, \quad 1 \leq n \leq N_T \quad (15)$$

结合式(6)和式(15), 该自适应功率分配问题可以等效为:

$$\begin{aligned} \text{Min}_{p_n} \quad & \sum_{n=1}^{N_T} \int_0^{\infty} \sqrt{p_n \Delta_n} e^{-t/2} dt \\ \text{s. t.} \quad & \sum_{n=1}^{N_T} p_n = P_T \end{aligned} \quad (16)$$

文中通过采用 Lagrange 乘法法<sup>[9]</sup> 将该优化该问题等效为求解如下等式(详细推导请见附录 A):

$$\ln\left[\frac{p_n}{\Delta_n}\right] + p_n \Delta_n = \mu \quad (17)$$

其中  $\mu$  是 Lagrange 乘数因子. 为了求解式(17), 首先构建函数:

$$f(p_n) = \ln(p_n / \Delta_n) + p_n \Delta_n - \mu \quad (18)$$

当  $\mu$  一定时, 可以根据 Newton 法获得  $p_n$  的解, 该 Newton 法的具体算法步骤如下.

#### 算法 1—Newton 方法求解 $p_n$

- 1: 设定初始功率分配值  $p_n^{(0)} = P_T / N_T$ , 给定一个足够小的正数  $\epsilon$ .
- 2: 根据公式迭代求解  $p_n$  直到满足条件  $|p_n^{(i)} - p_n^{(i-1)}| \leq \epsilon$ . 其中, 第  $i$  次的迭代公式为:

$$\begin{aligned} p_n^{(i)} &= p_n^{(i-1)} - \frac{f(p_n^{(i-1)})}{f'(p_n^{(i-1)})} \\ &= p_n^{(i-1)} \left[ 1 - \frac{p_n^{(i-1)} \Delta_n + \ln(p_n^{(i-1)} / \Delta_n) - \mu}{p_n^{(i-1)} \Delta_n + 1} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

说明: 当系统采用 ZF 检测时, 算法中取  $\Delta_n = \Delta_n^{ZF}$ ; 系统采用 MMSE 检测时, 算法中取  $\Delta_n = \Delta_n^{MMSE}$ .

同时在迭代计算  $\mu$  时, 为了能够加快算法的收敛, 这里根据系统最大总功率受限的原则, 由式(20) 分别给

出了  $\mu$  取值的上、下界:

$$\min_n \left\{ \frac{P_T \Delta_n}{N_T} + \ln \left( \frac{P_T}{N_T \Delta_n} \right) \right\} \leq \mu \leq \max_n \left\{ \frac{P_T \Delta_n}{N_T} + \ln \left( \frac{P_T}{N_T \Delta_n} \right) \right\} \quad (20)$$

至此, 本文提出基于 ZF/MMSE 检测的 MIMO 系统中自适应功率分配的具体算法为:

算法 2—基于 MMSE 检测 MIMO 系统中自适应功率分配算法

- 1: 根据式(20)计算  $\mu_{\min}$  和  $\mu_{\max}$
- 2: 计算  $\mu = (\mu_{\min} + \mu_{\max})/2$  根据算法 1 计算分配功率矩阵  $P$ .
- 3: 计算总发射功率  $P_T = \text{tr}(P^2)$ , 若  $P_T = P_T$ , 算法结束. 若  $P_T > P_T$ , 则  $\mu_{\max} = \mu$ ; 若  $P_T < P_T$ , 则  $\mu_{\min} = \mu$ ; 返回第 2 步.

### 4 性能分析与仿真比较

仿真中无线信道采用单径 Rayleigh 衰落信道, 即信道矩阵  $H$  中的每个元素都是均值为 0, 方差为 1 的复高斯随机变量. MIMO 系统中采用了固定 4QAM 调制方式. 文中仿真分析了不同天线设置情况下采用 ZF 和 MMSE 检测的等功率分配方案与自适应功率分配方案的 BER 性能, 并与采用 SVD 预编码的自适应功率分配系统 BER 性能进行了比较. 在采用 ZF 和 MMSE 检测的 MIMO 系统中, 假设仅在系统接收端完全已知信道信息  $H$ , 而在发送端此信道的信息是未知的. 在接收端按照算法计算得到功率分配矩阵后, 接收端只需要将关于功率分配的  $N_T$  个实数标量信息  $p_t (t = 1, \dots, N_T)$  反馈到发送端即可. 而在采用 SVD 预编码的自适应系统中, 接收端则需要将一个  $N_T \times N_T$  维的复数预编码反馈到发送端. 然后发送端在将发送信号与预编码矩阵相乘后将信号发送至接收端. 在该方案中, 接收端采用最大比合并接收方案.

图 1 和图 2 分别仿真了天线对数为 (2, 2) 和 (4, 4) 的 MIMO 系统. 图中 ZF EP 和 MMSE EP 分别表示使用等功率分配时基于 ZF 检测和 MMSE 检测算法的 MIMO 系统性能; ZF PA 和 MMSE PA 分别表示采用文中功率分配算法时, 基于 ZF 检测和 MMSE 检测算法的 MIMO 系统

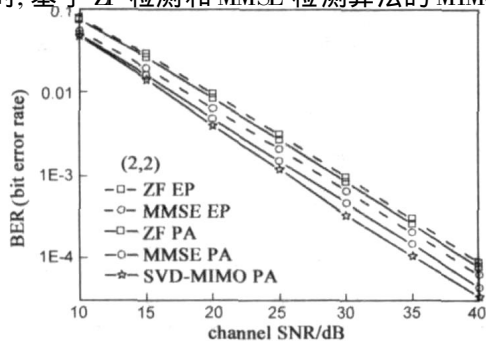


图 1 天线数为 (2, 2) 的 MIMO 系统中各种功率分配方案的系统误码率性能比较

性能; MIMO-SVD PA 则表示基于 SVD 预编码 MIMO 系统中自适应功率分配算法的性能. 不难看出, 在 MIMO 系统中直接按照文中方法进行功率分配可以获得一定的性能增益. 虽然在基于 ZF 检测情况下, 与等功率分配系统相比 (ZF EP), 采用功率分配 (ZF PA) 获得的增益不大, 但是若系统采用 MMSE 检测, 此时比较是否采用功率分配的两种情况可以看到由功率分配可以获得比较明显的性能增益. 比较图 1 和图 2 发现, 随着 MIMO 系统中天线数增加, MIMO 系统中由功率分配获得的 BER 增益也随之增大. 另外, 虽然从图中看出本文提出的 MMSE PA 的性能要略低于基于 SVD-MIMO 系统的功率分配性能, 但是该功率分配方法却有效地减少了系统的反馈信息量. 与基于 SVD-MIMO 的系统相比, 本文的方法不需要系统预先反馈一个大小为  $N_T \times N_T$  的浮点预编码矩阵, 从而有效地节约了系统带宽资源.

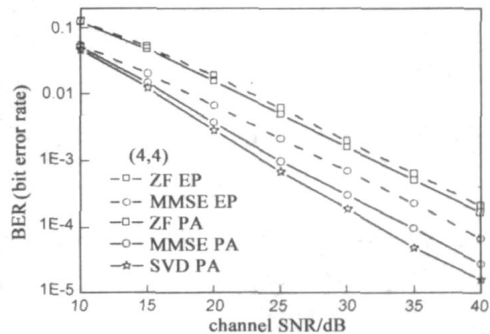


图 2 天线数为 (4, 4) 的 MIMO 系统中各种功率分配方案的系统误码率性能比较

图 3 和图 4 分别比较了 MIMO 系统 (2, 4) 和 (4, 8) 中各种功率分配方案的系统误比特性能. 从图中可以看出无论是基于 ZF 或者 MMSE 检测的 MIMO 系统, 使用功率分配都获得了较大的增益. 在等功率分配时, 虽然 ZF 和 MMSE 检测的 MIMO 系统性能相近, 但在使用功率分配后, 基于 MMSE 检测的 MIMO 系统要明显优于使用 ZF 检测的系统.

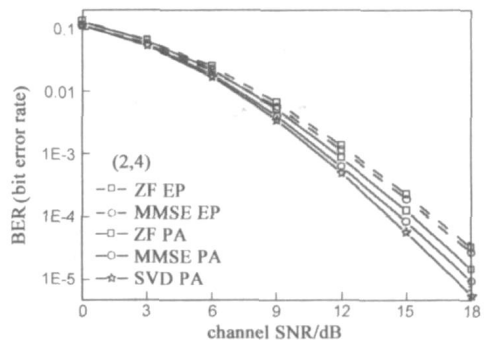


图 3 天线数为 (2, 4) 的 MIMO 系统中各种功率分配方案的系统误码率性能比较

从前面的仿真结果可以看出, 与基于 SVD-MIMO 的系统相比较, 本文提出算法的 BER 性能增益随系统的天线数和系统的平均 SNR 的变化而有所不同. 首先, 比

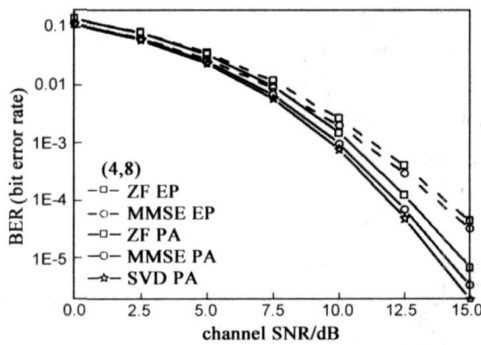


图4 天线数为(4, 8)的MIMO系统中各种功率分配方案的系统误码率性能比较

较图 1 和图 2 可以看出, 随着系统发送和接收天线数目的增加, 基于 MMSE 检测的 MIMO 系统的优越性要明显地优于基于 ZF 检测的 MIMO 系统. 特别的, 当在基于 MMSE 检测的 MIMO 系统中采用文中提出的功率分配方案时, 系统的性能则非常接近于基于 SVD-MIMO 的系统 BER 性能. 而随着系统平均信噪比的增加, MMSE PA 方法所获得的 BER 性能与 SVD-MIMO PA 系统的 BER 性能差距并没有明显的变化, 这两者之间大约有 1.5~2.5 dB 的性能差距. 而正如前面所说, 本文提出的系统方案中所需的反馈量得到了有效的降低. 然而, 与图 3 和图 4 中的结果比较, 若采用相同的功率分配方案 (EP 或者 PA), 系统采用 ZF 检测和 MMSE 检测所获得的 BER 性能差异则远不如图 1 和图 2 中所示的那么明显. 这是因为在后面两个仿真结果中, 系统采用了接收天线数要两倍于发送天线数的情况. 在这种情况下, 由于接收天线数较大, 系统可以获得比较好的多天线的接收分集增益, 这相当于提高了系统的有效信噪比. 而众所周知, 在高信噪比情况下, MMSE 检测与 ZF 检测之间的性能差异是不大的. 这也符合了文中的仿真结果. 最后, 通过比较图 1-2 与图 3-4 的结果可以发现, 当发送天线数一定时若增加接收天线数, 同时也可以增加自适应功率分配 (PA) 相对于等功率分配 (EP) 的性能增益.

## 5 结束语

本文针对 MIMO 系统中的自适应功率分配技术进行了研究. 在基于 MMSE 检测的 MIMO 系统中, 考虑不使用预编码对 MIMO 信道进行对角化的情况, 文中提出了一种有效的自适应功率分配算法. 另外, 本文还对算法实现做了进一步改进, 避免了算法中可能出现的数据溢出问题. 仿真结果表明, 本文提出的方法可以有效地提高系统的 BER 性能. 与基于 SVD-MIMO 系统中的自适应功率分配方案相比较, 本文提出的方案减少了系统需要的反馈信息量, 节约了系统带宽. 而由此而引起的系统性能损失却非常有限. 因此, 本文提出功率分配方案具有一定的实用价值.

## 附录 A ——求解优化问题(16)

首先, 容易证明, 式(16)中的问题是一个标准的凸优化问题, 下面采用 Lagrange 乘数法<sup>[9]</sup>来求解. 由式(16), 首先定义 Lagrange 目标函数为:

$$L = \sum_{n=1}^{N_r} \int_0^{\infty} \sqrt{p_n \Delta_n} e^{-t/2} dt + \lambda \left( \sum_{n=1}^{N_r} p_n - P_T \right) \quad (\text{A.1})$$

上式中功率  $p_n$  求偏导有:

$$\frac{\partial L}{\partial p_n} = -\frac{\sqrt{\Delta_n}}{2\sqrt{p_n}} \exp\left(-\frac{p_n \Delta_n}{2}\right) + \lambda \quad (\text{A.2})$$

为求解出最优的功率值, 令  $\frac{\partial L}{\partial p_n} = 0$  得到:

$$\frac{p_n}{\Delta_n} e^{p_n \Delta_n} = \bar{\mu} \quad (\text{A.3})$$

其中  $\bar{\mu} = 1/(4\lambda)$ , 且  $\bar{\mu}$  的取值由式(16)中总功率受限的条件决定. 然而当  $\bar{\mu}$  值给定, 根据式(A.3)无法直接给出求解功率值  $p_n$  的闭式解. 针对类似的问题, 文献[6]中提出使用 Lambert W 函数来解决这一问题, 并给出了求解  $p_n$  的闭式表达式. 但是由于 Lambert W 函数的自身特性, 当信道条件较好时, 采用该函数计算功率分配会导致数据溢出; 而且计算 Lambert W 函数本身同样也需要采用数值方法.

观察式(A.3)的结构特点, 这里提出通过对式(A.3)两边同时取对数来解决可能出现的数据溢出问题, 由此得到:

$$\ln\left(\frac{p_n}{\Delta_n}\right) + p_n \Delta_n = \mu \quad (\text{A.4})$$

由于  $\bar{\mu}$  是 Lagrange 乘数因子, 上式中取  $\mu = \ln \bar{\mu}$ .

## 参考文献:

- [1] M C Thomas, A T Joy. Elements of Information Theory [M]. New York: Wiley & Sons, 1991.
- [2] G G Raleigh, J M Cioffi. Spatio-temporal coding for wireless communication [J]. IEEE Transactions on Communications, 1998, 46(3): 357-366.
- [3] C S Park, K B Lee. Transmit power allocation for BER performance improvement in multicarrier systems [J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(10): 1658-1663.
- [4] E N Onggosanusi, A M Sayeed, B V Veen. Efficient signaling schemes for wideband space-time wireless channels using channel state information [J]. IEEE Transactions Vehicular Technology, 2003, 52(1): 1-13.
- [5] F Ray, M Lamarca, G Vazquez. Robust power allocation algorithms for MIMO-OFDM systems with imperfect CSI [J]. IEEE Transactions Signal Processing, 2005, 53(3): 1070-1085.
- [6] Y Liu, Y Yang. W-function solution to MBER based power allocation for MIMO eigenmode transmission [A]. In Proc IEEE ICWC 2005 [C]. Wuhan, China: IEEE Communications Soci-

ety, 2005. 77– 80.

- [ 7 ] Z Y Yan, K M Wong, Z Q Luo, Optimal diagonal precoder for multiantenna communication systems [ J ]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2005, 53( 6 ): 2089– 2100.
- [ 8 ] N Wang, S D Blostein, Minimum BER power allocation for MF

MO spatial multiplexing systems [ A ]. In Proc IEEE ICC 2005 [ C ]. Seoul, Korea: IEEE Communications Society, 2005. 2282 – 2286.

- [ 9 ] S Boyd, L Vandenberghe. Convex Optimization [ M ]. New York: Cambridge University Press, 2004.

#### 作者简介:



许 威 男, 1982 年 7 月生于江苏如皋. 东南大学移动通信国家重点实验室博士研究生. 主要研究方向为 OFDM 和 MIMO 系统中自适应资源分配技术、多用户 MIMO 系统中用户调度和有限反馈技术.

E mail: weiwel\_hsu@seu. edu. cn



史志华 男, 1980 年 7 月生于江苏丹阳. 东南大学移动通信国家重点实验室博士研究生. 主要研究方向为 MIMO-ARQ 系统中预编码设计、多用户 MIMO 系统中用户调度和资源分配.



赵春明 男, 1959 年 11 月生于江苏江都. 东南大学移动通信国家重点实验室教授、博士生导师. 主要研究方向为现代通信理论、移动通信系统、纠错编码技术、自适应滤波技术及通信专用集成电路设计等.



周 鹏 男, 1977 年 7 月生于江苏江都. 东南大学移动通信国家重点实验室博士. 主要研究方向为 MIMO-OFDM 系统中的同步和信道估计、MIMO 及 MIMO-OFDM 系统中的无线资源分配算法.